

**МНОГОЧАСТОТНЫЙ СИНТЕЗ И  
СПЕКТРАЛЬНАЯ КОРРЕКЦИЯ  
ИЗОБРАЖЕНИЙ  
В РСДБ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ  
ОБОБЩЕННОГО МЕТОДА  
МАКСИМАЛЬНОЙ ЭНТРОПИИ**

**А.Т.Байкова**

Главная (Пулковская) астрономическая  
обсерватория РАН

---

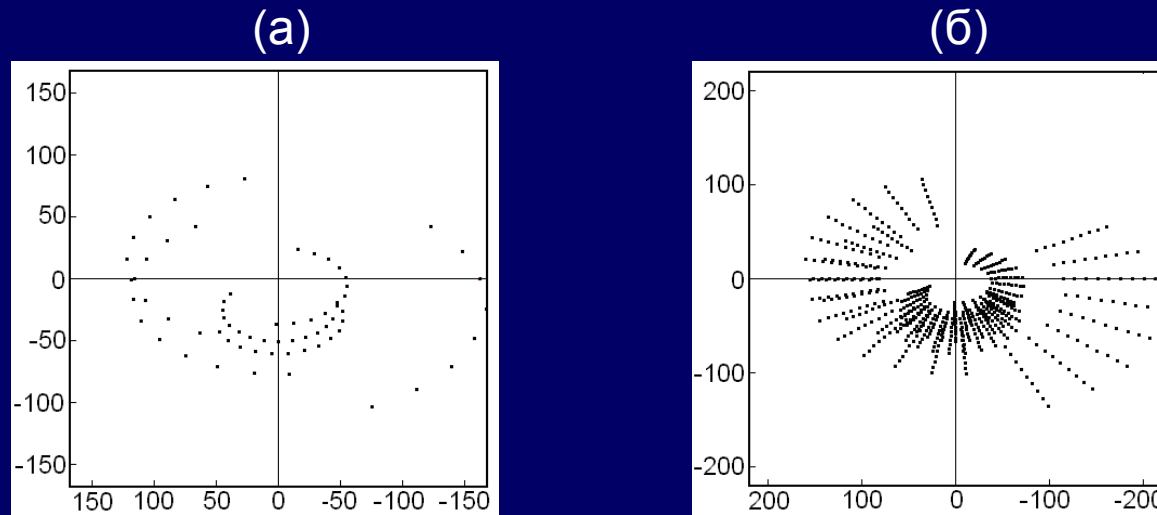
---



# Постановка задачи

- Заполнение UV-плоскости
  - Частотная коррекция изображений
  - Построение карты спектрального индекса
-

# Заполнение UV-плоскости



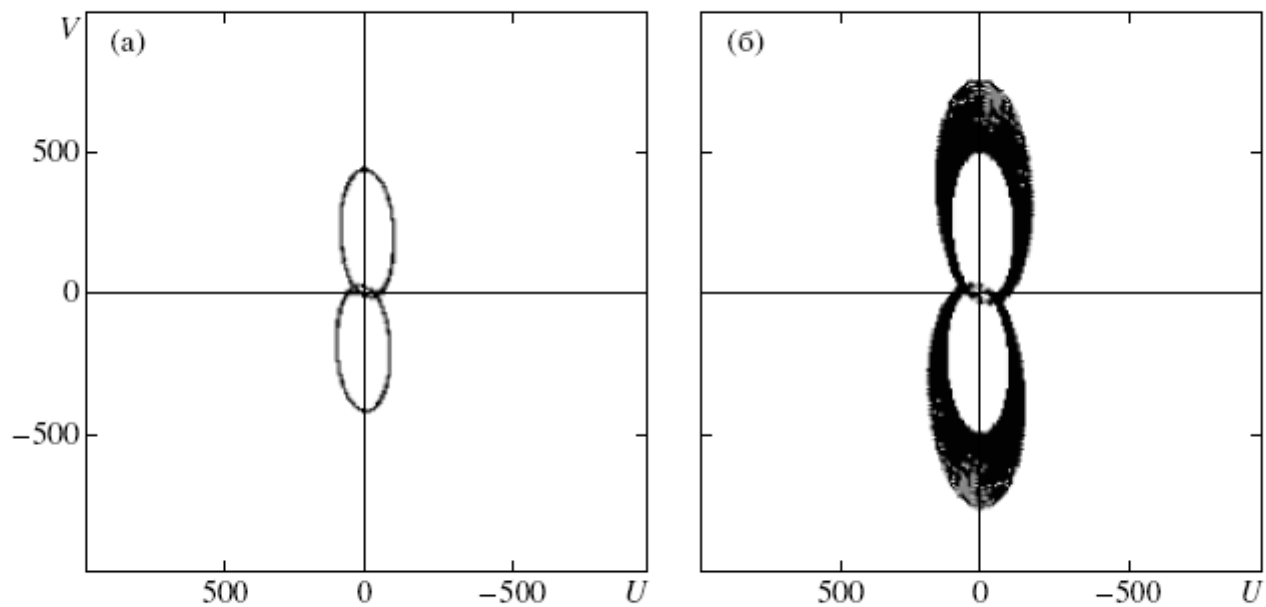
4-х элементный интерферометр: Светлое, Зеленчукская, Бадары,

Матера (а) одночастотный синтез (б) многочастотный синтез

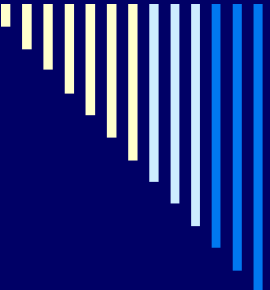
## Наземно-космический радиointерферометр

1094

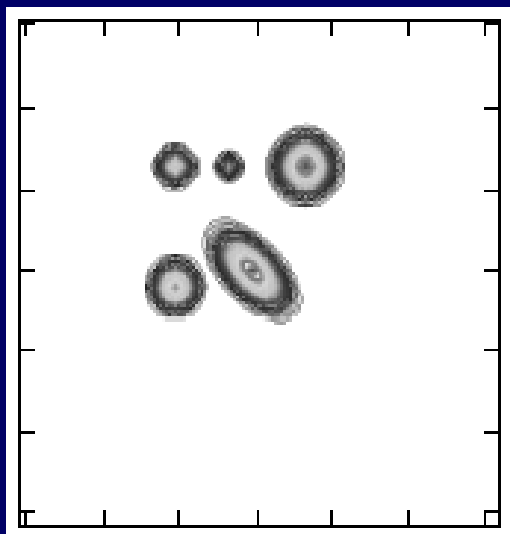
БАЙКОВА



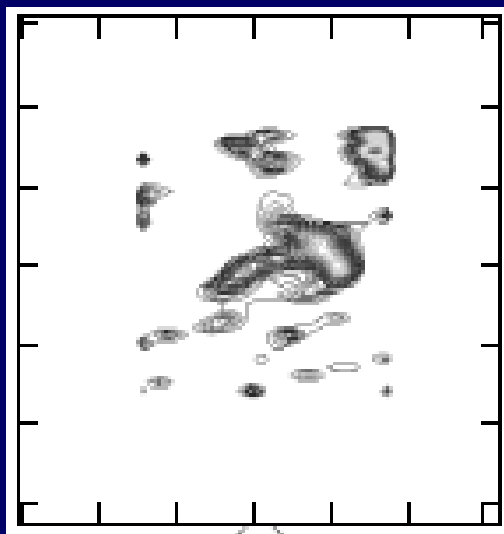
**Рис. 5.** Моделирование наземно-космического интерферометра: (а) — одночастотный синтез, (б) — многочастотный синтез. Шкалы по осям — в единицах  $10^8$  длин волн.



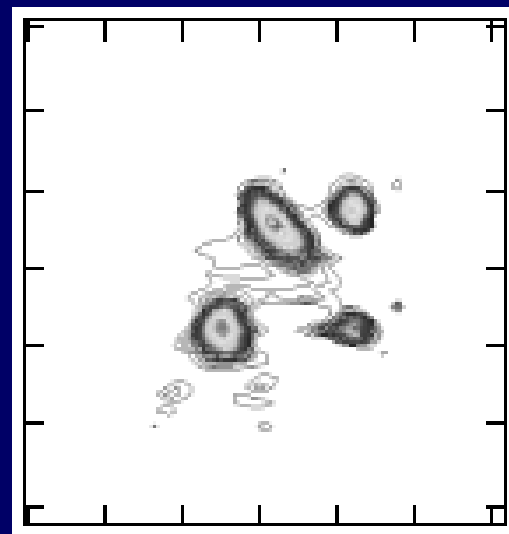
Пример синтеза изображений с использованием наземно-космического радиоинтерферометра с параметрами миссии “РАДИАСТРОН”



Модельный источник



Одночастотный синтез



Многочастотный синтез



# Частотная зависимость

$$I(\nu) = I(\nu_0) \left( \frac{\nu}{\nu_0} \right)^\alpha$$

$$I(\nu) \approx I_0 + \sum_{q=1}^{Q-1} I_q \left( \frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} \right)^q,$$

$$I_q = I_0 \frac{\alpha(\alpha - 1) \cdots [\alpha - (q - 1)]}{q!}.$$

$$I(l, m) \approx I_0(l, m) + \sum_{q=1}^Q I_q(l, m) \left( \frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} \right)^q$$

$$I_q(l, m) = I_0(l, m) \frac{\alpha(l, m)[\alpha(l, m) - 1] \cdots [\alpha(l, m) - (q - 1)]}{q!}$$

$$I_1(l, m) = I_0(l, m) \alpha(l, m)$$

# CLEAN vs MEM

The answer is image dependent:

- “High quality” data, extended emission, large images  
⇒ Maximum entropy
  
- “Poor quality” data, confused fields, point sources  
⇒ CLEAN

# Maximum Entropy

Maximum entropy image deconvolution:

*Of all the possible images consistent with the observed **data**, the one that has the maximum entropy is most likely to be the correct one.*





# Метод максимальной энтропии

$$E = \int x(t) \ln[1/x(t)] dt = - \int x(t) \ln[x(t)] dt.$$

$$\min \sum_k \sum_l x_{kl} \ln x_{kl} + \rho \sum_m \frac{(\eta_m^{re})^2 + (\eta_m^{im})^2}{\sigma_m^2},$$

$$\sum_k \sum_l x_{kl} a_{kl}^m + \eta_m^{re} = A_m,$$

$$\sum_k \sum_l x_{kl} b_{kl}^m + \eta_m^{im} = B_m,$$

$$x_{kl} \geq 0,$$

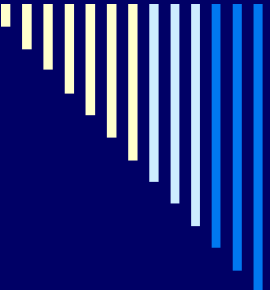


# Ограничения на функцию ВИДНОСТИ

$$V_{u_\nu, v_\nu} = \mathbf{F}\{I(l, m)\} \times \mathbf{D}_{u_\nu, v_\nu} \approx \sum_{q=0}^{Q-1} \mathbf{F}\left\{I_q(l, m) \left(\frac{\nu - \nu_0}{\nu_0}\right)^q\right\} \times \mathbf{D}_{u_\nu, v_\nu}$$

$$\sum_{q=0}^{Q-1} \sum_{l, m} I_q(l, m) a_{u_\nu, v_\nu}^{lm} \left(\frac{\nu - \nu_0}{\nu_0}\right)^q + \eta_{u_\nu, v_\nu}^{re} = A_{u_\nu, v_\nu}$$

$$\sum_{q=0}^{Q-1} \sum_{l, m} I_q(l, m) b_{u_\nu, v_\nu}^{lm} \left(\frac{\nu - \nu_0}{\nu_0}\right)^q + \eta_{u_\nu, v_\nu}^{im} = B_{u_\nu, v_\nu}$$



# Восстановление обобщенным методом максимальной энтропии

$$\mathbf{E} = \left\{ \sum_{l,m} I_0(l, m) \ln[I_0(l, m)] + \sum_{q=1}^{Q-1} \sum_{l,m} |I_q(l, m)| \ln[|I_q(l, m)|] \right\} + \rho \sum_{u_\nu, v_\nu} \frac{(\eta_{u_\nu, v_\nu}^{re})^2 + (\eta_{u_\nu, v_\nu}^{im})^2}{\sigma_{u_\nu, v_\nu}^2}$$

$$I_q(l, m) = I_q^+(l, m) - I_q^-(l, m)$$

$$\mathbf{E} = \sum_{l,m} I_0(l, m) \ln[aI_0(l, m)] + \sum_{q=1}^{Q-1} \sum_{l,m} \left\{ I_q^+(l, m) \ln[aI_q^+(l, m)] + I_q^-(l, m) \ln[aI_q^-(l, m)] \right\} + \rho \sum_{u_\nu, v_\nu} \frac{(\eta_{u_\nu, v_\nu}^{re})^2 + (\eta_{u_\nu, v_\nu}^{im})^2}{\sigma_{u_\nu, v_\nu}^2}$$



**min E**

$$\mathbf{R}_A = \sum_{l,m} I_0(l, m) a_{u_\nu, v_\nu}^{lm} + \sum_{q=1}^{Q-1} \sum_{l,m} [I_q^+(l, m) - I_q^-(l, m)] a_{u_\nu, v_\nu}^{lm} \left( \frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} \right)^q + \eta_{u_\nu, v_\nu}^{re} = A_{u_\nu, v_\nu}$$

$$\mathbf{R}_B = \sum_{l,m} I_0(l, m) b_{u_\nu, v_\nu}^{lm} + \sum_{q=1}^{Q-1} \sum_{l,m} [I_q^+(l, m) - I_q^-(l, m)] b_{u_\nu, v_\nu}^{lm} \left( \frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} \right)^q + \eta_{u_\nu, v_\nu}^{im} = B_{u_\nu, v_\nu}$$



$\min \mathbf{L}$

$$\mathbf{L} = \mathbf{E} + \sum_{u_v, v_v} \{ \beta_{u_v, v_v} (\mathbf{R}_A - A_{u_v, v_v}) + \gamma_{u_v, v_v} (\mathbf{R}_B - B_{u_v, v_v}) \}$$

$$\frac{d\mathbf{L}}{dI_0(l, m)} = 0; \quad \frac{d\mathbf{L}}{dI_q^+(l, m)} = 0; \quad \frac{d\mathbf{L}}{dI_q^-(l, m)} = 0$$

$$\frac{d\mathbf{L}}{dI\eta_{u_v, v_v}^{re}} = 0; \quad \frac{d\mathbf{L}}{dI\eta_{u_v, v_v}^{im}} = 0$$

# Решение

$$I_0(l, m) = \exp\left(-\sum_{u_\nu, v_\nu} [\beta_{u_\nu, v_\nu} a_{u_\nu, v_\nu}^{lm} + \gamma_{u_\nu, v_\nu} b_{u_\nu, v_\nu}^{lm}] - 1 - \ln a\right),$$

$$I_q^+(l, m) = \exp\left(-\sum_{u_\nu, v_\nu} [\beta_{u_\nu, v_\nu} a_{u_\nu, v_\nu}^{lm} + \gamma_{u_\nu, v_\nu} b_{u_\nu, v_\nu}^{lm}] \left(\frac{\nu - \nu_0}{\nu_0}\right)^q - 1 - \ln a\right),$$

$$I_q^-(l, m) = \exp\left(\sum_{u_\nu, v_\nu} [\beta_{u_\nu, v_\nu} a_{u_\nu, v_\nu}^{lm} + \gamma_{u_\nu, v_\nu} b_{u_\nu, v_\nu}^{lm}] \left(\frac{\nu - \nu_0}{\nu_0}\right)^q - 1 - \ln a\right),$$

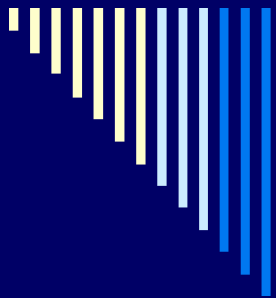
$$\eta_{u_\nu, v_\nu}^{re} = \frac{\sigma_{u_\nu, v_\nu}^2 \beta_{u_\nu, v_\nu}}{\rho}, \quad \eta_{u_\nu, v_\nu}^{im} = \frac{\sigma_{u_\nu, v_\nu}^2 \gamma_{u_\nu, v_\nu}}{\rho}.$$

$$I_q^+(l, m) I_q^-(l, m) = \exp(-2 - 2 \ln a) = K(a)$$



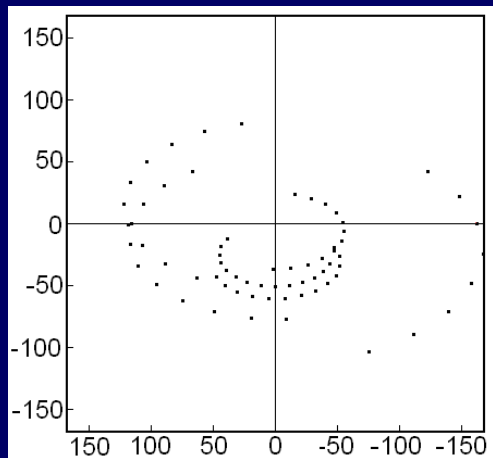
## Задача безусловной оптимизации

$$L = \sum_{lm} I_0(lm) + \sum_{q=1}^{Q-1} \sum_{lm} [I_q^+(l, m) + I_q^-(l, m)] + \sum_{u_\nu, v_\nu} [\beta_{u_\nu, v_\nu} A_{u_\nu, v_\nu} + \gamma_{u_\nu, v_\nu} B_{u_\nu, v_\nu}]$$

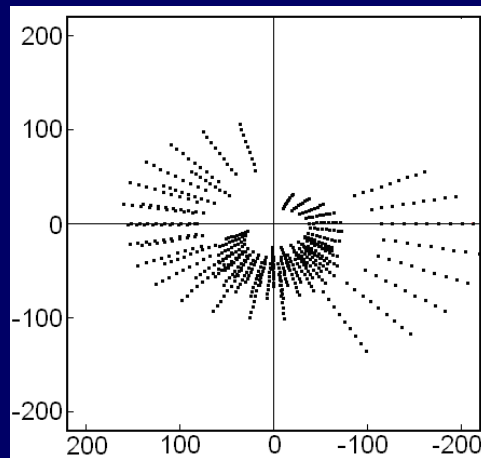


# Результаты моделирования

UV-карты

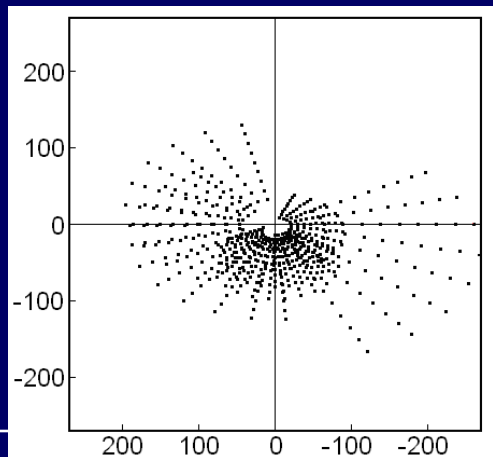


а



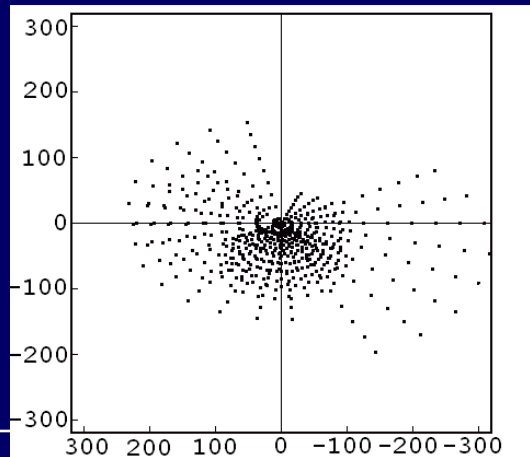
30%

б



60%

в

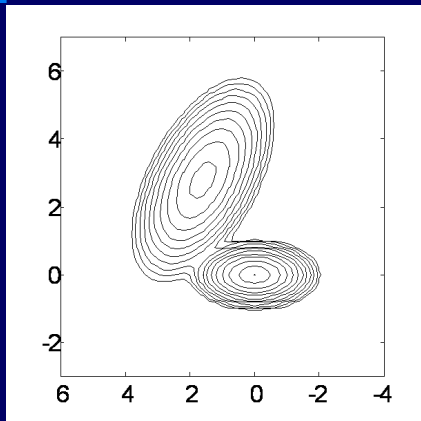


90%

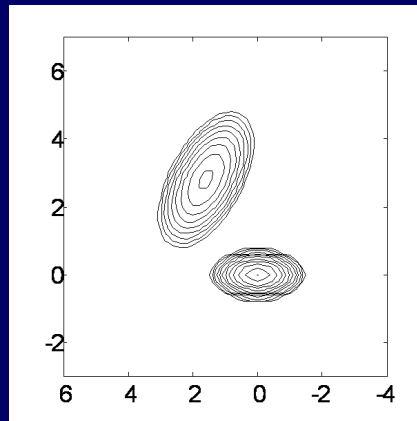
г

Рис. 1

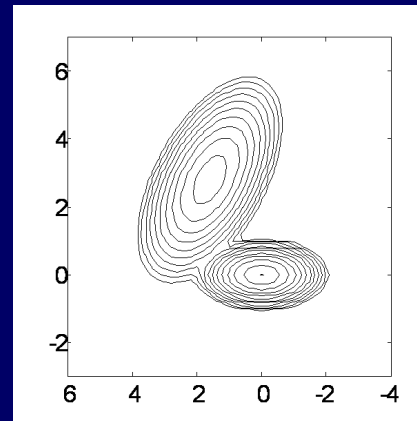




а



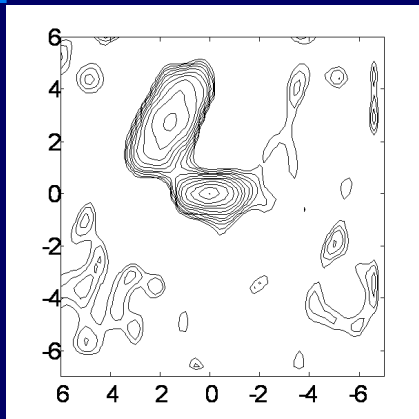
б



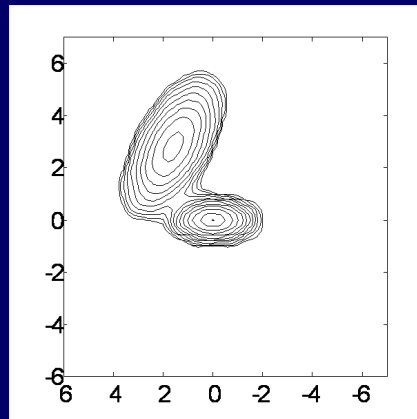
в

Рис.2

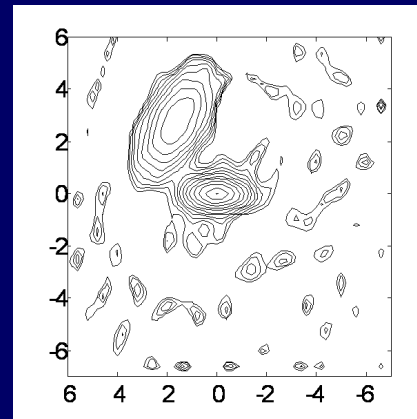
Модельные карты источника, спектральной карты 1 порядка  
и спектрального индекса



а



б

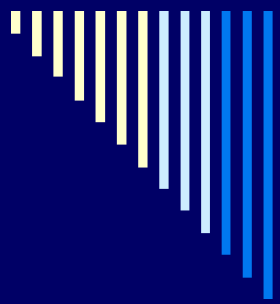


в

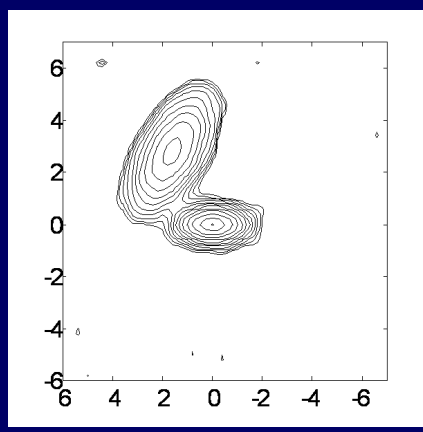
Рис.3

Восстановленные карты (а) ОЧС; (б) МЧС (30%),  $\alpha(x,y)=0$ ; (в)  $\alpha(x,y)\neq 0$

Уровни контурных линий 0.0625, 0.125, 0.25, 0.5, 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 99 %

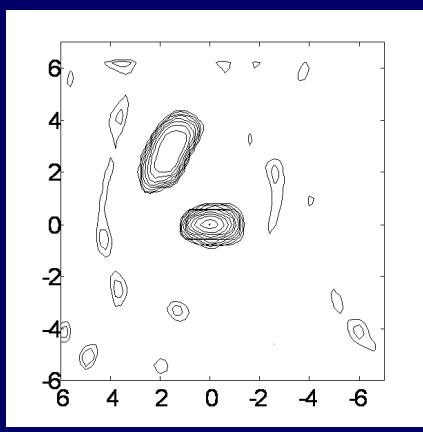


$l_0(x,y)$



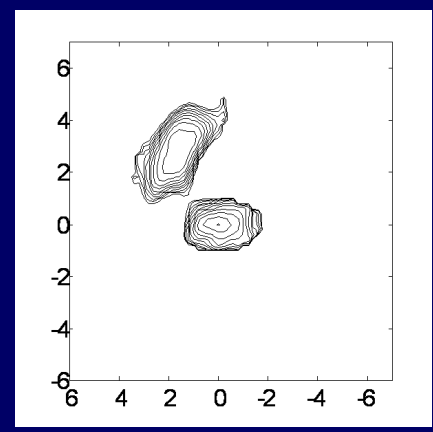
а

$l_1(x,y)$



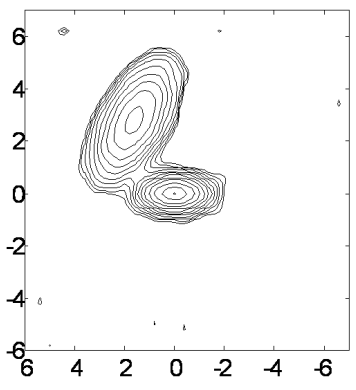
б

$\alpha(x,y)$

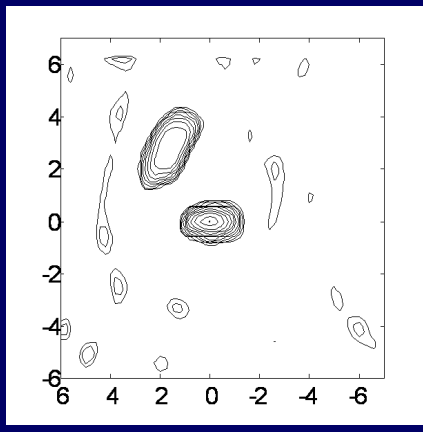


в

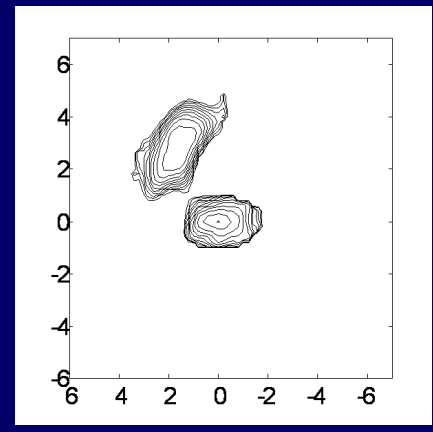
2



г



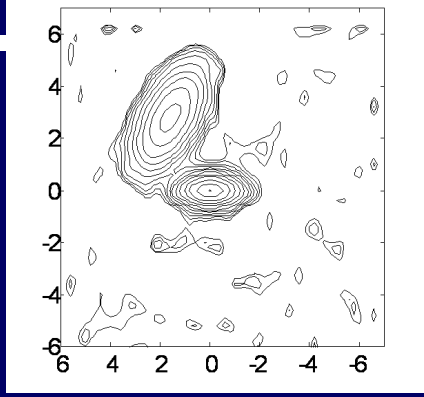
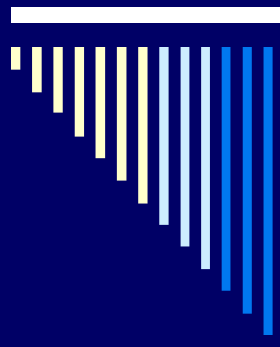
д



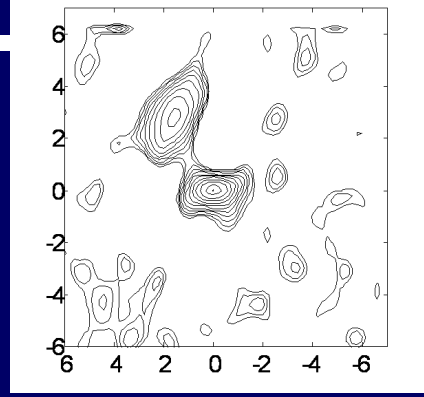
е

3

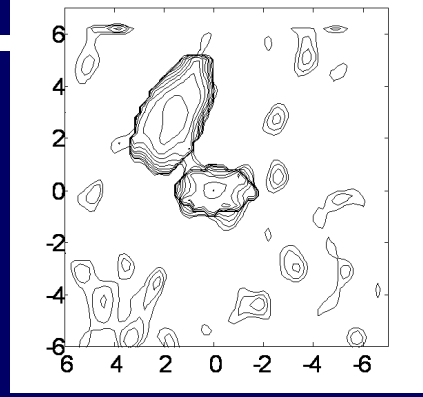
Рис.4 (30%)



а

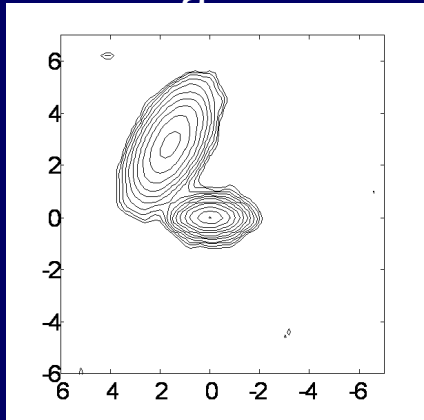


б

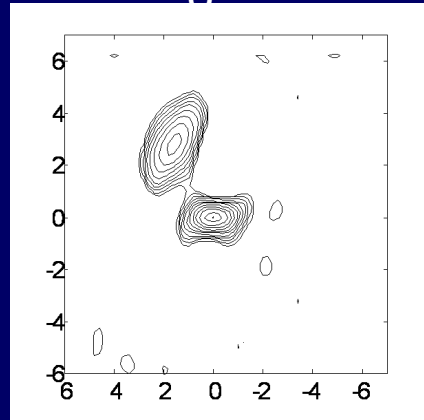


в

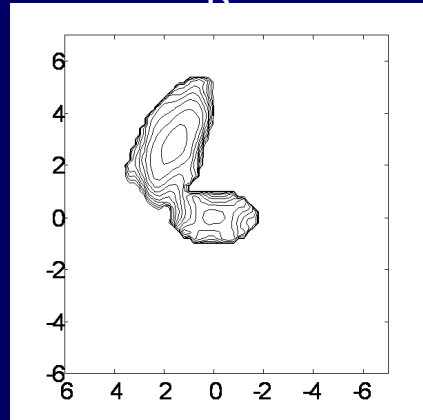
2



г

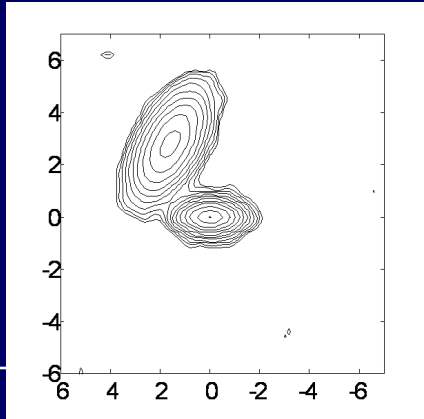


д

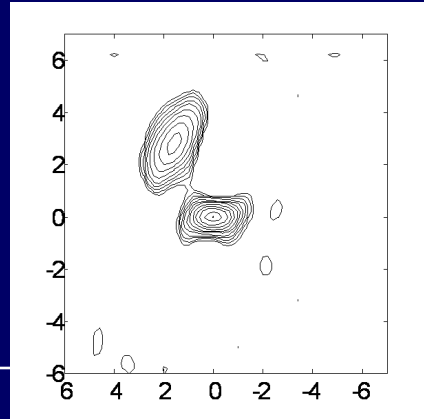


е

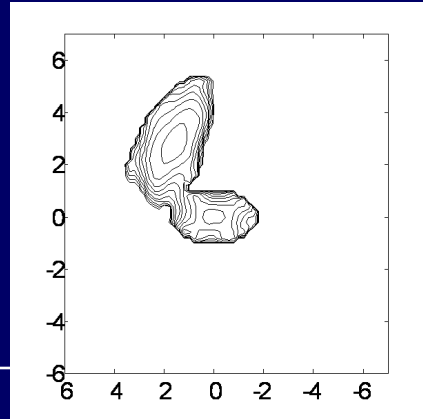
3



ж



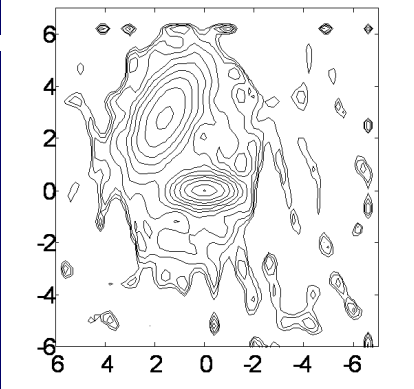
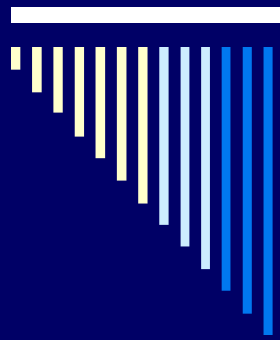
з



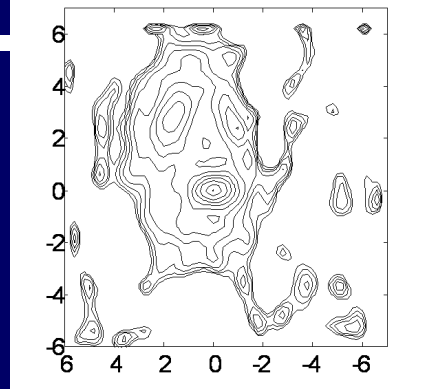
и

4

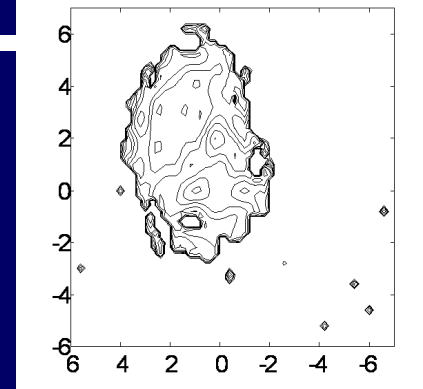
Рис.5(60%)



а

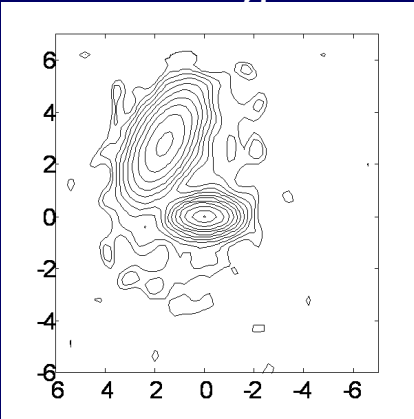


б

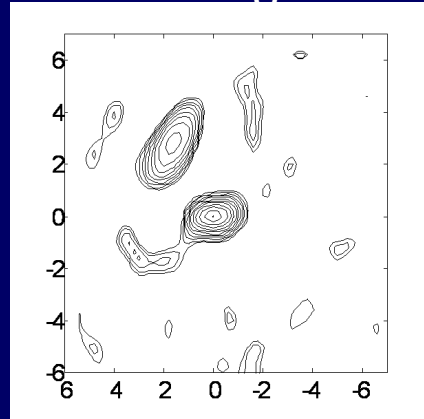


в

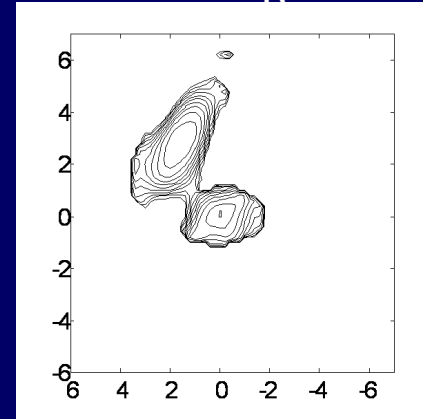
2



г

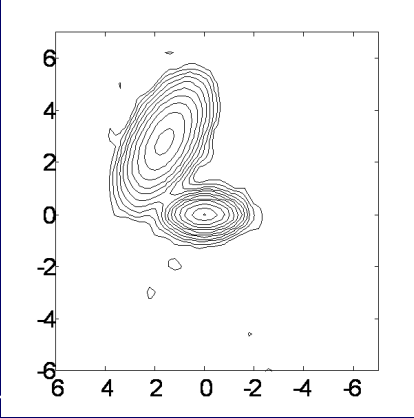


д

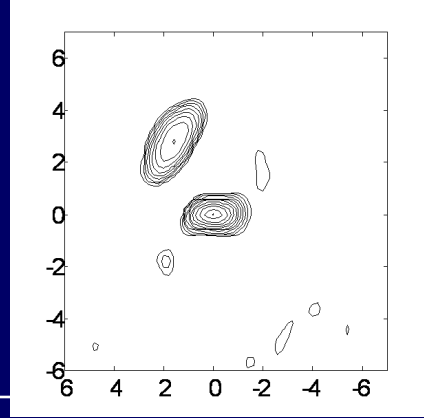


е

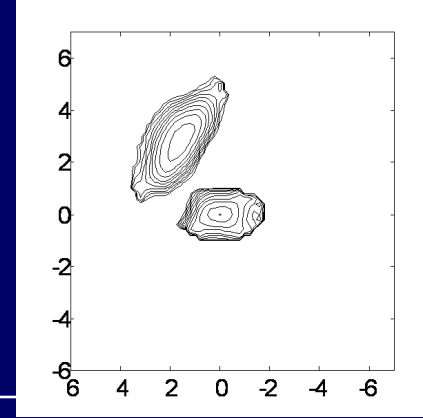
3



ж



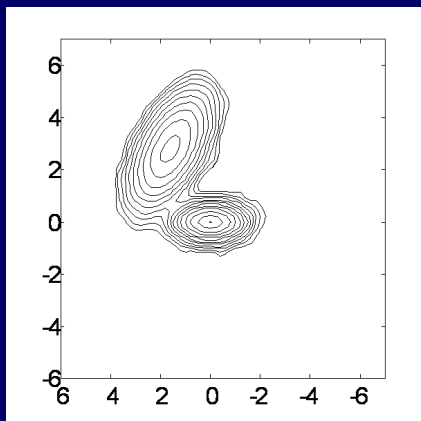
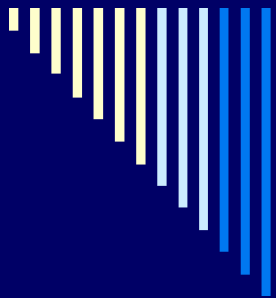
з



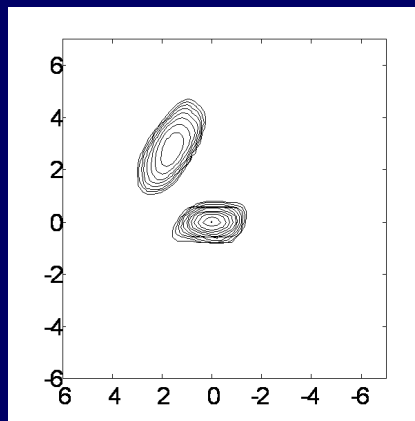
и

4

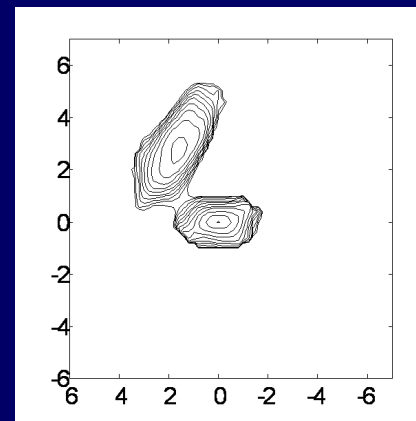
Рис.6 (90%)



а



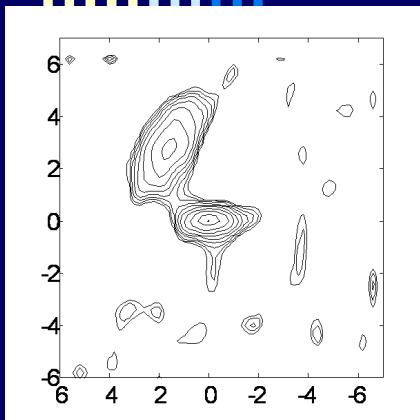
б



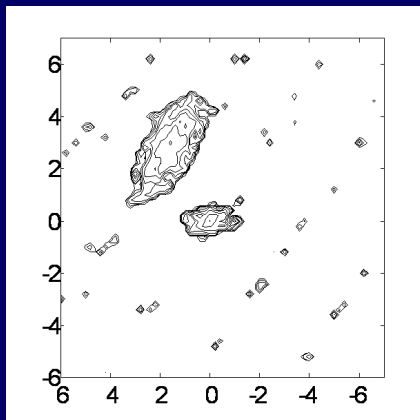
в

Рис.7

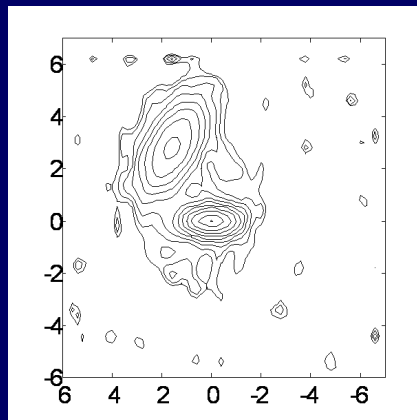
МЧС (90%), 27 частотных каналов



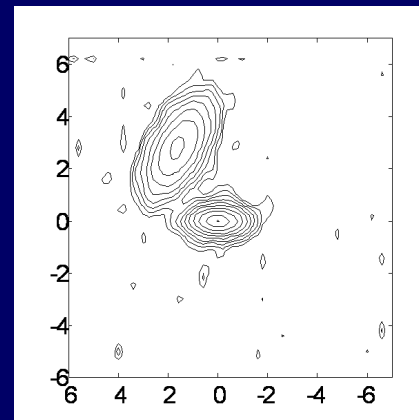
а



б



в



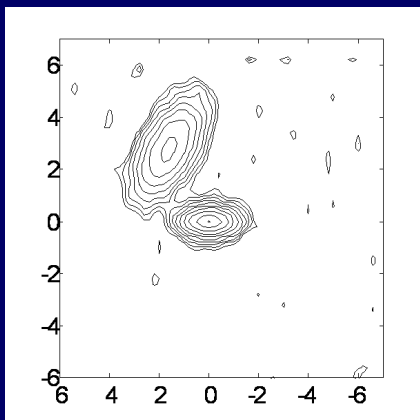
г

4

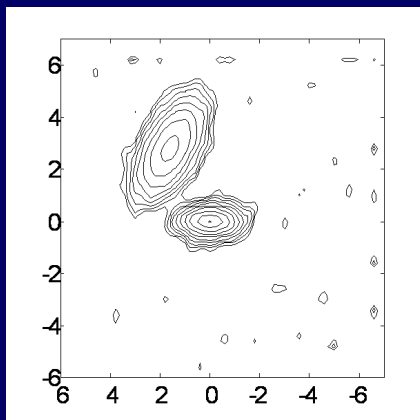
5

$I_1(x,y)$

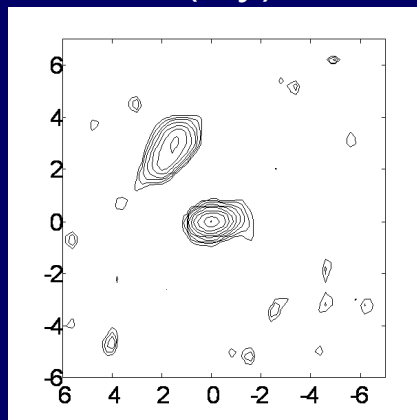
$\alpha(x,y)$



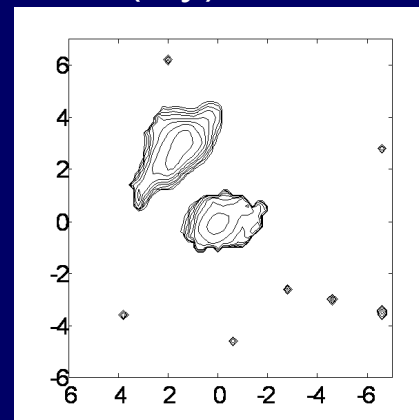
д



е



ж



з

Рис.8

МЧС (90%, 9 каналов) при значительных ошибках измерения функции видности

Уровни контурных линий 0.25, 0.5, 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 99%

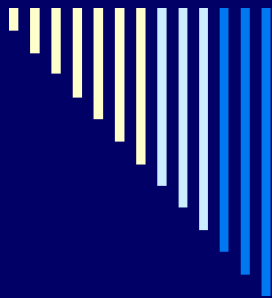


Таблица 1. Параметры модельных карт

Модельная карта	Интегральное значение	Пиковое значение
Карта радиисточника $I_0^M(x, y)$ , рис.2а	48.56	1.00
Спектральная карта первого порядка $I_1^M(x, y)$ , рис.2б	15.31	0.84
Карта спектрального индекса $\alpha^M(x, y)$ , рис.2в	47.15	0.84



Таблица 2. Параметры карт источника  $I(x, y)$ ,  
восстановленных без учета спектрального индекса

Карта	Полный поток Ян	Пиковый поток Ян/луч	Отношение "сигнал/шум"	Максимум уклонения от модели, Ян/луч
Одночастотный синтез, рис.3а	48.33	1.14	9.18	0.142
МЧС, $\alpha(x, y) = 0$ , рис.3б	48.57	0.99	55.10	0.012
МЧС, $\alpha(x, y) \neq 0$ , рис.3в	58.86	1.57	2.80	0.573

Таблица 3. Параметры восстановленных карт источника  $I_0(x, y)$

Карта	Полный поток Ян	Пиковый поток Ян/луч	Отношение "сигнал/шум"	Максимум уклонения от модели, Ян/луч
рис.4а	48.19	1.00	40.22	0.019
рис.4г	48.19	1.00	40.29	0.019
рис.5а	47.31	0.95	19.04	0.052
рис.5г	48.51	1.01	37.14	0.033
рис.5ж	48.52	1.01	37.23	0.032
рис.6а	53.65	1.02	11.55	0.076
рис.6г	51.11	1.07	20.24	0.070
рис.6ж	49.67	1.03	35.50	0.040
рис.6к	49.29	1.04	37.48	0.038
рис.7а	49.48	1.02	54.10	0.020
рис.8а	49.51	1.12	8.64	0.138
рис.8б	58.56	1.80	1.41	0.959
рис.8в	53.72	1.06	12.70	0.086
рис.8г	51.27	1.11	14.75	0.109
рис.8д	50.19	1.07	17.13	0.079
рис.8е	49.82	1.03	20.20	0.056

Таблица 4. Параметры восстановленных спектральных карт  
первого порядка  $I_1(x, y)$

Карта	Полный поток Ян	Пиковый поток Ян/луч	Отношение "сигнал/шум"	Максимум уклонения от модели, Ян/луч
рис.4б	15.94	0.87	12.54	0.052
рис.4д	15.93	0.87	12.55	0.052
рис.5б	18.26	0.86	8.69	0.061
рис.5д	16.92	0.87	12.35	0.049
рис.5з	16.90	0.87	12.37	0.049
рис.6б	31.38	0.83	3.40	0.092
рис.6д	16.32	0.80	8.52	0.066
рис.6з	14.11	0.82	12.48	0.049
рис.6л	14.68	0.83	15.49	0.044
рис.7б	13.82	0.86	12.76	0.040
рис.8ж	15.12	0.76	6.55	0.118

Таблица 5. Параметры восстановленных карт спектрального индекса  $\alpha(x, y)$

Карта	Интегральное значение	Пиковое значение	Отношение "сигнал/шум"	Максимум уклонения от модели
рис. 4в	44.60	0.87	4.17	0.153
рис. 4е	44.61	0.87	4.17	0.153
рис. 5в	71.15	0.91	1.54	0.640
рис. 5е	64.60	0.90	1.76	0.892
рис. 5и	64.35	0.90	1.77	0.890
рис. 6в	881.97	6.27	0.935	6.270
рис. 6е	53.38	0.75	2.07	0.384
рис. 6и	40.70	0.79	3.86	0.172
рис. 6м	44.12	0.80	4.17	0.168
рис. 7в	38.70	0.84	4.80	0.166
рис. 8з	45.66	0.74	2.32	0.385



---

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

- Предложен простой и эффективный метод деконволюции МЧС-изображений, основанный на ОММЭ, позволяющий проводить частотную коррекцию изображений в широкой полосе частот и восстанавливать распределение спектрального индекса по источнику.
-